

Significado de las medidas de tendencia central en textos de matemática para secundaria

Meaning of Central tendency measures in mathematics texts for high school

Leonardo Vargas-Delgado¹, Dayana Milena Yepes Orozco², José Hernando Ávila-Toscano³

1. Mg. Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia. Correo electrónico: ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co

2. Lic. Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia. Correo electrónico: dmyepes@mail.uniatlantico.edu.co

3. Ph.D. Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia. Correo electrónico: joseavila@mail.uniatlantico.edu.co

Recibido en julio 17 de 2020

Aceptado en agosto 6 de 2021

Publicado en línea en septiembre 20 de 2021

Resumen

Las medidas de tendencia central son conceptos esenciales en la educación estadística aplicables a muchos análisis de información. El objetivo de este estudio se enfocó en evaluar el significado de este conjunto de medidas en libros de texto dirigidos a estudiantes de educación básica secundaria. Mediante un estudio cualitativo, descriptivo, de tipo documental, empleando el método de análisis didáctico, se evaluaron cuatro textos de educación matemática considerando componentes relacionados con la dimensión cognitiva (de aprendizaje) e instructiva (de enseñanza), a partir de elementos como demandas cognitivas, situaciones problema, algoritmos y diseño de actividades, entre otros. Los resultados muestran el carácter multidimensional del significado de las medidas de tendencia central, sugieren los elementos de significado que son diferenciados para este nivel de enseñanza y proporcionan información detallada de los elementos señalando fortalezas y debilidades en la construcción didáctica del libro de texto.

Palabras clave: análisis didáctico; medidas de tendencia central; libros de texto; educación básica secundaria; Estadística.

Abstract

Central tendency measures are essential concepts in statistical education and can be applied to many types of information analysis. The objective of this study was to evaluate the meaning of the central tendency measures in high school textbooks. Through qualitative, descriptive, documentary research, using the didactic analysis method, the cognitive (learning) and instructive (teaching) dimensions of four books on mathematics education were evaluated, considering the cognitive demands, problem situations, algorithms, and design of activities, among others. The results define the multidimensional character of the meaning of the measures of central tendency, these results suggest that the elements of meaning that are differentiated in the books provide detailed information of the elements indicating strengths and weaknesses in the didactic construction of the textbook.

Keywords: didactic analysis; central tendency measures; textbooks; basic secondary education; statistics.

Introducción

En los últimos años ha ganado terreno entre los académicos el término *Statistics literacy* que hace referencia a la alfabetización estadística, reconociendo el rol del conocimiento estadístico en la formación educativa (Cobo, 2003), con lo que se busca aportar al desarrollo de una sociedad estadísticamente culta. Esto va de la mano con la introducción de la estadística como área formativa desde los años iniciales de escolaridad, buscando con ello que los estudiantes desarrollen habilidades para alcanzar el pensamiento inferencial, de notorio valor para la comprensión de problemas sociales, políticos, económicos y para la toma de decisiones en la cotidianidad (März y Kelchtermans, 2013).

Al incluir la estadística en el currículo académico se promueve la incidencia del razonamiento estadístico en el desarrollo del pensamiento crítico del estudiantado, apuntando a la formación de un ciudadano informado, que evalúa y toma decisiones como actor sociocultural que vive en una sociedad en la que frecuentemente los medios de comunicación emplean conceptos estadísticos (Gal, 2002; Zapata-Cardona, 2011).

Un tema de particular interés en la educación estadística radica en las medidas de tendencia central, dado que constituyen la base para la comprensión de otra diversidad de conceptos como la variable aleatoria y sus distribuciones (Batanero, 2000), además de ser la herramienta más utilizada en la vida cotidiana (Cobo y Batanero, 2007). Sin embargo, aunque se trata de un concepto estadístico básico, los estudiantes suelen presentar problemas en su comprensión haciéndoseles difícil identificar las situaciones en que el cálculo de la media ponderada es pertinente, lo cual es particularmente recurrente cuando realizan esta operación a partir de un conjunto de datos con agrupación intervalar (Alveal *et al.*, 2016).

Las medidas de tendencia central son esenciales también para la teoría y la práctica de la estadística, y por tanto, su comprensión es fundamental para el progreso del estudiante. En general, el papel que cumplen estas medidas en el método estadístico es relevante pues constituyen la base para la comprensión de conceptos más avanzados (Molero, 2017).

Elementos de significado en educación estadística

Conocer qué significa un determinado saber es una tarea sustancial para que el estudiante tenga clara la naturaleza del conocimiento abordado. En la educación estadística es relevante el significado de los conceptos que son parte del cuerpo formal de esta disciplina, pues para tener una buena comprensión de los temas primero se debe pasar por su significado; de lo contrario, este constituirá un obstáculo para la comprensión.

De acuerdo con Batanero (2000), los problemas de los estudiantes en la comprensión de significados estadísticos no son aislados, sino que se comparten en el interior de cada institución; así mismo, las soluciones halladas también están sujetas a prácticas e instrumentos disponibles socialmente. Esto implica que la construcción de significado frente a conceptos matemáticos tiene la participación de elementos personales e institucionales (Godino y Batanero, 1998), es decir, está mediada tanto por la actividad intelectual individual al resolver una serie de problemas, como por el diálogo con el conjunto de prácticas efectuadas y compartidas dentro de la institución (campo de conocimiento o incluso un sistema educativo) (Godino *et al.*, 2007).

Así mismo, la relación enseñanza-aprendizaje implica la unión progresiva de las significaciones individuales e institucionales, así como la forma en que el estudiante debe apropiarse de los sistemas de esas prácticas compartidas (Alvarado, 2007). En resumen, para hablar del nivel de adquisición de conocimiento o de las posibles dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes en algunos conceptos, es necesario hacer un análisis epistemológico de su significado (Cobo y Batanero, 2004). Esta tarea lleva a identificar en las prácticas matemáticas diferentes objetos institucionales y personales que constituyen elementos de significado, los cuales, según Cobo (2003), incluyen actividades educativas, ejercicios, uso de notación científica, manejo de conceptos, desarrollo de demostraciones, aplicación de algoritmos, entre otros.

Alvarado (2007) define una diversidad de estos elementos que incluyen campos de problemas, el lenguaje y los procedimientos, las definiciones y conceptos, las proposiciones y argumentos, que, en general, ocupan

desde las representaciones materiales de la actividad matemática, las formas de actuar ante situaciones matemáticas, la algoritmización, hasta las prácticas demostrativas.

De igual manera, Batanero (2000) identifica los siguientes elementos de significado aplicables a la educación estadística, que deben considerarse al enseñar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes:

- *Elementos extensivos*. Se refiere a los problemas de los cuales surge el objeto estadístico (o matemático), es decir, supera el aprendizaje de conceptos y procedimientos de cálculo de conceptos como las medidas de tendencia central, en cuanto la relevancia está en saber aplicarlos a problemas relacionados con cada concepto.
- *Elementos actuativos*. Comportan la práctica que se usa para solucionar un determinado problema. Las medidas de tendencia central son conceptos que a simple vista parecen sencillos, pero es común que los estudiantes (incluso universitarios) apliquen el algoritmo de manera mecánica sin comprender su significado (Mayén *et al.*, 2007; Watson y Moritz, 2000).
- *Elementos ostensivos*. Incluyen representaciones formales del objeto estudiado, como uso de gráficos, aplicación de notaciones, el lenguaje específico, entre otros.
- *Elementos intensivos*. Refieren los diferentes conceptos y definiciones propiamente dichos, así como las relaciones entre ellos.
- *Elementos validativos*. Son aquellas demostraciones empleadas en la prueba de las propiedades de los conceptos estudiados, y por ende, integran el significado de tales conceptos. En lo validativo también se cuenta la argumentación usada para mostrar la solución de un problema.

Tanto Alvarado (2007) como Batanero (2000) coinciden en la identificación de elementos comunes que otorgan significado a un concepto estadístico, y ambos resaltan que la comprensión de significados implica alta complejidad, pues no es suficiente un análisis conceptual que delimite la definición teórica, sino que se requiere

incluir en el marco analítico aspectos relacionados con diferentes registros de representación (p. ej.: gráfico, tabular), los problemas o tareas relacionados con los conceptos, el lenguaje coloquial y el simbólico, entre otros. Para el caso de las medidas de tendencia central, Batanero (2000) afirma que la dificultad de su comprensión recae en que solo se da a conocer el concepto y sus propiedades sin tener en cuenta su aplicación, las notaciones, la representación y la capacidad de saber argumentar y justificar sus propiedades, además de todas las posibles soluciones que se pueden demostrar. Como consecuencia, la comprensión del significado de estas medidas no se promueve en las clases como una herramienta metodológica que apoye la indagación sistemática en problemas reales de un mundo complejo, sino como un conjunto de procedimientos que se establecen para llegar a un resultado (Zapata-Cardona, 2014).

Significados conceptuales en educación estadística desde el libro de texto

El empeño de “alfabetización” en estadística del que se habló el inicio de este trabajo implica la necesidad de fortalecer el proceso formativo en razonamiento estadístico que aporta habilidades esenciales para la vida del estudiante (März y Kelchtermans, 2013), por ende, es importante propender porque estos logren dominio de conceptos estadísticos esenciales, como es el caso de las medidas de tendencia central por su utilidad para describir, comparar e interpretar una amplia variedad de fenómenos. Esta tarea requiere, por una parte, un profesorado más capacitado (Zapata-Cardona y Roccha, 2011), y por otra, oportunos recursos para la enseñanza, como los libros de texto.

Para la apropiada enseñanza de la estadística el primer recurso didáctico que se utiliza es el libro de texto, el cual tiene como objetivo primordial comunicar hechos e ideas de un campo de estudio. Su utilidad radica en que además de contribuir con conocimiento para un área puntual del saber, también aporta estrategias que permiten planificar y desarrollar el proceso de enseñanza por parte del docente (Serradó *et al.*, 2006).

Cordero y Flores (2007) han puesto de manifiesto la importancia de los libros escolares para la educación matemática, señalando que cumplen un rol de regulación de la enseñanza y el aprendizaje; así mismo, Herbel-

Eisenmann (2007) respalda esta idea al considerar que en el libro de texto se refleja el currículo escrito, lo cual constituye un sustancial aporte en el tránsito entre los propósitos curriculares trazados y aquellos que se cumplen en el aula.

Diversos estudios han aportado a la revisión de los significados construidos en la literatura escolar con relación a conceptos estadísticos; Ortiz (2002), por ejemplo, hace un análisis teórico y experimental de los conceptos probabilísticos en libros de bachillerato, señalando que los significados matemáticos del proceso tienen un carácter sistémico. Por su parte, Gea *et al.* (2013) analizaron la forma como se trata los datos correspondientes a una variable estadística bidimensional en libros de texto de primer curso de bachillerato en la modalidad de humanidades y ciencias sociales, evaluando el lenguaje que se utiliza y las situaciones que se plantean al estudiante. Otro trabajo destacable es el de Gómez *et al.*, (2014), en el que se analiza el uso de conceptos sobre probabilidad en textos de educación primaria; el trabajo propende por la orientación al profesorado sobre el uso de los conceptos en cuestión poniendo énfasis en los problemas que pueden surgir en su interpretación, especialmente en función del uso de significados intuitivos en torno al concepto de probabilidad.

Cobo y Batanero (2004) han analizado el concepto de la media en diversos libros de educación secundaria empleados en escuelas españolas; las autoras describieron los problemas, algoritmos, definiciones y otras propiedades de los libros identificando una gran variedad de definiciones y tareas dirigidas al aprendizaje del cálculo de la media, de manera que priman dichos elementos en detrimento de las propiedades conceptuales. Así mismo, destacan el rol del lenguaje empleado por el libro de texto generando gran variedad de representaciones que no siempre son de fácil o rápido entendimiento por parte del estudiante.

Este tipo de análisis es relevante en la educación estadística puesto que el material de enseñanza en combinación con el nivel de conocimiento del docente (Zapata-Cardona y Roccha, 2011) pueden influir en la manera como el estudiante asume y asimila las definiciones estadísticas, y consiguientemente en su forma de aplicación. Para esta tarea, un método de mucha utilidad que permite el análisis del significado de elementos estadísticos (y de contenidos matemáticos en

general) (Picado y Rico, 2011) lo constituye el análisis didáctico, que facilita estudiar dichos elementos partiendo de un análisis conceptual, y posteriormente incluye el análisis de contenido, la perspectiva cognitiva y la perspectiva de enseñanza o de instrucción (Rico, 2013).

Análisis de elementos de significado a partir del método de análisis didáctico

El interés por mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha llevado a realizar investigaciones enfocadas en los textos escolares e identificar herramientas que permitan hacer análisis didácticos de libros de texto (Picado y Rico, 2011). El análisis didáctico de textos permite caracterizar la calidad de la organización matemática textualizada, su grado de complejidad, pertinencia, adecuación e idoneidad epistémica y didáctica, y permite, por ende, identificar qué pretende formar en los lectores un texto determinado.

Diversas líneas y enfoques de educación matemática reportan el análisis didáctico de textos donde exaltan las potencialidades de las herramientas utilizadas. Por ejemplo, Rico (2013) considera que para trabajar con la noción de análisis didáctico se deben tener en cuenta tres concepciones, que han sido denominadas: escrutadora o regresiva, disgregadora o reducida e interpretativa o transformadora, y que para trabajar la especificidad del método de análisis didáctico se introducen algunas nociones centrales, esto es, el análisis conceptual y de contenido, así como la perspectiva cognitiva y de instrucción.

El análisis conceptual puede asumirse como un método no empírico enfocado en la información textual, de manera que su interés recae en la estructura y caracterización de las definiciones empleadas por los textos y del tipo de lenguaje usado, además examina con detenimiento los diversos significados que puedan surgir y sus conexiones entre ellos (Rico, 2013).

En el análisis de contenido se contemplan las perspectivas conceptual y procedimental. En la primera se distinguen tres niveles enfocados en los hechos, los conceptos y las estructuras conceptuales. Por su parte, el conocimiento procedimental se enfoca en la forma como se ejecuta una tarea, por lo cual incluye la revisión de reglas de trabajo,

el uso de algoritmos y los diversos procedimientos para resolver las actividades (Lavalle *et al.*, 2006).

En el análisis cognitivo se organizan los objetivos de aprendizaje y el alcance de determinados conocimientos en torno a un tema matemático específico; en esta síntesis cognitiva se considera la concordancia entre la complejidad de las tareas y la profundidad en el manejo de los contenidos tratados, mientras que en el análisis de instrucción se maneja la adaptación de las consideraciones hechas en los análisis previos, con el fin de abreviar los procesos de comunicación de los conocimientos (Rico, 2013).

Picado y Rico (2011) consideraron que el análisis de contenido es una herramienta esencial en el momento de analizar textos de matemáticas, pues subraya y explica determinados aspectos de la matemática desde su noción didáctica; además, la finalidad de este análisis es transmitir diversos significados con el fin de lograr la comprensión correcta de los conceptos formales presentados en los textos.

Por último, cabe señalar que el propósito del análisis didáctico en matemáticas consiste en definir los significados de los conceptos aprehendiendo la intención educativa de la narrativa en matemática escolar, esto implica partir de una revisión desde el punto de vista histórico de los conceptos estudiados, así como desde sus fundamentos epistemológicos (Rico, 2013).

Este estudio ha sido desarrollado atendiendo a los diversos elementos que hasta aquí se resaltan, en la búsqueda de responder a la pregunta ¿cuáles son las características constituyentes del significado de las medidas de tendencia central contenidas en los libros de texto para la enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria? Para ello, esta investigación se basa en el análisis didáctico de textos integrado con los elementos de significado en educación estadística con el objetivo de analizar las características constituyentes del significado de las medidas de tendencia central contenidas en los libros de texto.

Este empeño incluye un análisis de contenido de los conceptos estadísticos descritos, así como la identificación de los principales elementos de significado estadísticos existentes en los textos evaluados, a partir de la descripción de categorías *a priori* de análisis

(situaciones problema, algoritmos, fórmulas y gráficas, definiciones, errores de aprendizaje, profundidad del concepto, lenguaje y actividades de enseñanza). Finalmente, el estudio articula los componentes cognitivos

y de instrucción que a nivel didáctico se relacionan

con los elementos de significado analizados.

Metodología

Diseño

Este estudio se basó en un diseño de enfoque cualitativo, de tipo descriptivo y corte transversal, con una estrategia documental, por lo cual emplea una perspectiva

hermenéutica (Pino *et al.*, 2019) que se sirve de material literario representado en libros de texto escolar. Al analizar libros cobra mucha relevancia plantear el análisis desde procedimientos cualitativos e interpretativos, pues este material remite a la interacción comunicativa que media prácticas cognitivas y sociales (Piñuel, 2002); en este caso representadas en el conjunto de significaciones construidas en torno al concepto estadístico abordado.

Unidad de análisis

El análisis de este estudio se enfoca en la revisión de libros de texto de estadística utilizados en la educación básica secundaria por instituciones educativas del departamento del Atlántico (Colombia). A su vez, al tratarse de un estudio de revisión de material didáctico no se define muestra sino unidades de información, que en este caso las representa cuatro textos escolares de grado sexto a grado noveno para estudiantes de edades comprendidas entre 11 y 15 años.

La selección de estos textos es intencional, bajo el criterio de tratarse del material más difundido entre las diferentes instituciones educativas, esto es, el distribuido por las casas editoriales más conocidas en las instituciones educativas del contexto abordado. El resumen de las características de los textos analizados en el estudio se describe en la tabla 1.

Procedimiento

El desarrollo de este estudio se basa en la utilización del análisis de contenidos, de acuerdo con las descripciones metodológicas y procedimentales de su aplicación en el marco del Método de Análisis Didáctico en educación matemática (Rico, 2013). Según señalan Gallardo y González (2006), el análisis didáctico constituye una suerte de metaanálisis cualitativo; se centra en el estudio de la comprensión del pensamiento matemático mediante su diagnóstico y evaluación; en este sentido, su enfoque está en la comprensión de los procesos matemáticos, así como de los problemas didácticos y cognitivos que comporta.

Rico (2013) señala que este método consta de cinco categorías esenciales: *análisis conceptual* (conceptos y redes conceptuales frente a un tema), *análisis de contenido* (sistemas de representación y elementos fenomenológicos), *análisis cognitivo* (organización del aprendizaje, limitaciones

y demandas cognitivas), *análisis de instrucción* (diseño de la unidad didáctica, materias y recursos) y *análisis evaluativo* (rendimiento, resultados e interpretación).

Las cinco categorías se emplean para el desarrollo de análisis curriculares en educación matemática; sin embargo, para el presente estudio el proceso de interpretación se enfoca en la segunda, tercera y cuarta categorías, en la medida en que el análisis de contenidos se ha empleado como mecanismo de estudio de libros de texto en educación matemática (Picado y Rico, 2011); así mismo, el análisis cognitivo y de instrucción (también denominados de aprendizaje y enseñanza), han sido procesos metodológicos de análisis en didáctica de la estadística (Lavalle *et al.*, 2006).

El análisis de contenido facilita el estudio de los diversos significados escolares con relación a los conceptos y procedimientos matemáticos de un texto, sea este escrito o discursivo (Rico, 2013). El análisis cognitivo (o de aprendizaje), por su parte, se centra en los motivos y alcances que orientan el aprendizaje de un tópico determinado. Este análisis se enfoca en tres aspectos esenciales: a) *expectativas sobre el aprendizaje de los estudiantes* (aprendizaje previo del estudiante, alcance del aprendizaje y relación con niveles del sistema educativo), b) *dificultades del aprendizaje* (limitaciones previstas en el aprendizaje de los estudiantes y propuestas de tratamiento), y c) *demandas cognitivas* (tareas dirigidas a fomentar aprendizaje y superar errores) (Rico, 2013).

Por último, el análisis de instrucción (o de enseñanza), se enfoca en abordar los procesos empleados para la comunicación del conocimiento, la selección de actividades y tareas, y la articulación de las tareas con las expectativas de aprendizaje y los contenidos desarrollados; por ende, es una fase de análisis que contempla indubitablemente las dos anteriores. El análisis de instrucción incluye tres categorías: a) *tareas, tipos de tareas y secuenciación*, b) *materiales y recursos de enseñanza*, y c) *interpretación, organización y gestión del trabajo*.

Para lograr la completa trazabilidad del proceso analítico, estos tres tipos de análisis y sus categorías predefinidas han sido cruzados con los elementos de significado de contenidos estadísticos descritos por Cobo y Batanero (2004) y por Lavalle *et al.* (2006), empleando las categorías *a priori* de la evidencia proporcionada por estas autoras. El resultado del proceso analítico definitivo se identifica en la tabla 2.

Tabla 1. Libros de texto analizados en el presente estudio.

Libro	Autores	Editorial	Edición	Capítulo analizado
1. <i>Vamos a aprender Matemáticas</i>	L. Gil Fuentes, D. Roldán, J. Malagón.	SM	2017	6
2. <i>Proyecto Saberes Matemáticas</i>	C.D. Sánchez, Y. Sabogal, L. Buitrago García, J. Fuentes.	Santillana	2016	9

3. <i>Secuencias Matemáticas</i>	J. Carvajal, V. Manrique, C. Vargas, L. Castro.	L y L	2016	9
4. <i>Estadística Comercial</i>	J. Gorgas, N. Cardiel, J. Zamorano	Norma	2015	8

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Cruce de categorías a priori de análisis relativas a los elementos de significados de contenidos estadísticos evaluados, de acuerdo con el tipo de análisis didáctico.

Análisis didáctico (AD)	Categorías AD	Elementos de significados de contenidos estadísticos					
		Extensivos	Ostensivos	Actuativos	Intensivos	Validativos	
Contenido	Categorías semánticas emergentes mediante análisis de los conceptos incluidos en los libros de texto.						Categorías a priori de análisis
Cognitivo o aprendizaje	Expectativas de aprendizaje				Definiciones y propiedades		
	Dificultades de aprendizaje				Errores de aprendizaje y estrategias de solución		
	Demandas cognitivas				Nivel de profundidad	Lenguaje, representación y argumentos	
Instructivo o de enseñanza	Tareas y secuenciación	Situaciones problemas					
	Materiales y recursos de enseñanza		Algoritmos, fórmulas y gráficas				
	Interpretación, organización y gestión			Diseño de actividades para la enseñanza			

Fuente: elaboración propia.

Resultados

Análisis de contenido

Inicialmente se analizaron las definiciones y propiedades de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) que son presentadas explícitamente al estudiante, así como su uso implícito en el material analizado.

Media

Está definida como la característica que representa a un conjunto de datos, que se obtiene tras sumar los valores del conjunto y dividir el resultado por el total de datos. Esta definición solo enfatiza el algoritmo de cálculo y a su vez representa a la media como una operación matemática. Esta definición es la de mayor frecuencia en los libros de texto, utilizada en todos los libros analizados.

En la definición de la media su cálculo parece muy sencillo, pero el énfasis algorítmico lleva a que los estudiantes apliquen de manera mecánica la fórmula sin comprender su significado; de esta manera, al no concebir el conjunto de datos como un todo se dificulta comprender la idea de resumir los datos o representarlos, además de presentar problemas en el momento de calcular un valor desconocido o no saber identificar la media simple y la ponderada.

Mediana

Los textos señalan que en un conjunto de datos ordenados la mediana es el valor que ocupa la posición central. Se consideran dos casos cuando el total de datos es par o impar. En esta definición no se hace claridad de si se utiliza en datos agrupados o no agrupados, además de que solo se enfatiza en el orden de los datos.

El concepto empleado considera la mediana como el valor central y describe la necesidad de ordenar los datos; sin embargo, no expresa una explicación clara de por qué debe darse ese orden. También señala que el algoritmo de cálculo cambia dependiendo de la cantidad de datos, sin que medie una explicación precisa, lo que puede resultar difícil para el estudiante al estar acostumbrado a realizar un único método de cálculo, como es el caso de la media.

Moda

Está definida como el valor que tiene mayor frecuencia o que más se repite. Este concepto es utilizado para calcular la moda de manera visual, ya sea por medio de tablas o de gráficas.

Análisis cognitivo o de aprendizaje

Categoría de análisis didáctico: Expectativas de aprendizaje

Definiciones y propiedades: Este elemento intensivo de significado comprende las expectativas de aprendizaje que tienen los textos escolares respecto a la enseñanza de las definiciones y propiedades, a la precisión y riqueza que tienen los conceptos en los libros de texto analizados y a los fines establecidos en los distintos niveles educativos (Rico, 2013).

En el libro *Proyecto saberes* se mencionan los temas que se van a trabajar en la unidad sin que se defina el objetivo de aprendizaje de manera explícita. En cuanto al desarrollo del contenido, las definiciones son puntualizadas con relación al algoritmo de cálculo, sin enunciar sus prioridades cognitivas. Los libros *Secuencias matemáticas*, *Estadística comercial* y *Vamos a aprender*, a pesar de tener un objetivo de

aprendizaje establecido con prioridades cognitivas, en el desarrollo de la temática este objetivo no se alcanza, dejando al estudiante con limitaciones en el momento de resolver algún tipo de problema, además de que el nivel de profundidad de estos contenidos no es suficiente para que el estudiante pueda relacionar este concepto con problemas de la vida cotidiana.

Categoría de análisis didáctico: Dificultades de aprendizaje

Errores de aprendizaje y estrategias de solución: De acuerdo con el análisis de este elemento intensivo se debe establecer en los textos escolares las limitaciones previsibles en el aprendizaje del estudiante, acompañado de propuestas para su tratamiento. Estas dificultades pueden ser presentadas como hipotéticas o empíricas, conjeturas o conocidas y sobre los errores documentales o detectados en la práctica.

Teniendo en cuenta lo anterior, el análisis de errores de aprendizaje y estrategias de solución no fue planteado en ninguno de los libros analizados. Como se había mencionado antes en el análisis de contenido y expectativas de aprendizaje, la temática de medidas de tendencia central solo es presentada como algoritmo de cálculo y para resolución de problemas en datos no agrupados, lo que puede conducir a que los estudiantes cometan errores en el cálculo de la media ponderada, confundan la media y la mediana e incluso no sepan presentar los datos cuando son agrupados.

Categoría de análisis didáctico: Demandas cognitivas

Nivel de profundidad: En este elemento intensivo se presentan todas las tareas que retan al estudiante a dar respuesta a diversas cuestiones con el propósito de evidenciar lo aprendido y en la autocorrección que tiene el estudiante en los problemas (Rico, 2013).

Los libros *Secuencias matemáticas* y *Vamos a aprender* no cumplen con los tópicos de las tareas propuestas, no existe tal relación con el contenido que fue dado en las definiciones y los ejemplos que están siendo expuestos en las actividades y talleres, verbigracia, en los ejercicios propuestos se solicita hallar las medidas de tendencia central en datos agrupados; sin embargo, este tema en particular (datos agrupados) no se desarrolla como contenido específico. Por su parte, *Proyecto saberes* presenta la complejidad de las tareas de acuerdo con los contenidos que tratan, atienden a una diversidad de expectativas de aprendizaje como representación gráfica, media aritmética, media ponderada en datos agrupados y no agrupados, así como las diferencias entre ellas.

Lenguaje, representación y argumentos: finalmente, el análisis cognitivo incluye el elemento validativo relacionado con el lenguaje empleado en los textos. En este material las palabras más frecuentemente utilizadas para hablar de los conceptos son media, mediana y moda. La media se presenta en todos los textos como media aritmética, aunque también se emplea la palabra *promedio*. En cuanto a la mediana y la moda, son comunes términos como *clase modal* y *clase mediana*. También se habla con respecto a la moda como *distribución unimodal*, *bimodal* y *multimodal*.

En cuanto a la representación, se usa para la media: \bar{X} ; para la mediana: \bar{X} o M_e ; y para la moda: M_o o \hat{X} . En la mayoría de los libros se emplea la X para las tres medidas, lo que puede generar dificultad en los estudiantes a la hora de diferenciarlas. Para los datos se utiliza x_i , para las frecuencias f_i y para el total de datos N o n .

Análisis instructivo o de enseñanza

Categoría de análisis didáctico: Tareas y secuenciación

Situaciones problema: Este elemento extensivo de significado comprende las funciones y tipos de tareas expuestos al estudiante junto con su secuenciación. En los libros de texto analizados las actividades o tareas son propuestas de manera similar a la manera como se enuncian los ejemplos en el desarrollo de contenido.

Para el desarrollo de la media en el texto *Secuencias matemáticas* se busca estimarla a partir de observaciones y comparaciones. Este tipo de problema no presenta claridad respecto a que la media proporcione una solución general, aquí los estudiantes solo pueden llegar a la solución del problema con una idea implícita ya sea por un comentario o por su criterio de observación. En la figura 1 se presenta uno de estos ejemplos.

Figura 1. Ejemplo de situación problema en un libro de texto.

Observa los resultados de las evaluaciones de dos cursos de matemáticas en una universidad.

Grupo A				Grupo B				
4,5	3,2	3,1	3,0	5,0	3,2	4,0	1,5	3,0
2,3	4,1	3,1	3,0	3,9	2,6	1,0	2,0	2,3
4,1	3,2	3,3	3,8	2,6	0,7	1,0	0,8	1,2
4,0	3,0	2,8	3,1	4,8	0,7	3,0	3,2	1,2

a. Después de sacar el promedio de cada grupo y comparar ¿Qué grupo tiene un mejor desempeño?
 b. ¿Cuál de los grupos tiene mejores valoraciones?
 c. ¿Es correcto afirmar que el grupo de mejor promedio es el que tiene mejores notas?

Fuente: *Secuencias matemáticas 8° Libros & Libros*, p. 286.

Sin embargo, en las tareas propuestas se pide a los estudiantes desarrollar problemas que no han sido trabajados en el contenido de las medidas de tendencia central; por tanto, el estudiante tiene la prioridad cognitiva de saber desarrollar cualquier tipo de estrategia de aprendizaje o estrategia de solución que no haya visto en el desarrollo del contenido.

En los textos *Vamos a aprender matemáticas* y *Proyecto saberes* no es presentado el tipo de problema anterior, puesto que estos libros en la mayor parte de las actividades solo trabajan el valor esperado dada la media; este tipo de problema puede presentar gran dificultad en los estudiantes en el momento de resolverlo, debido a que en la definición del concepto de media el énfasis recae en el algoritmo de cálculo.

Para el desarrollo de la mediana y la moda en todos los libros analizados se trabaja con estimación de las medidas de tendencia central a partir de cierta cantidad de datos, los cuales son presentados en la vida cotidiana; aunque el libro *Proyecto saberes* tiene mayor nivel de profundidad que los demás, solo se trabaja este tipo de problema en las tareas propuestas, lo que deja al estudiante una dificultad a la hora de resolver otro tipo de problema que implique el uso de propiedades o agrupación de datos por representación gráfica.

Categoría de análisis didáctico: Materiales y recursos de enseñanza

Algoritmos, fórmulas y gráficas: este elemento ostensivo de significado comprende materiales y recursos utilizados en la enseñanza de la matemática. Para resolver algunos de los problemas planteados en los libros respecto a las medidas de tendencia central, los estudiantes hacen una serie de procedimientos o algoritmos para llegar a la posible solución, los cuales se utilizan en ejemplos resueltos en los libros analizados.

En los textos *Vamos a aprender matemáticas*, *Proyecto saberes* y *Secuencias matemáticas*, se enfatiza el cálculo de la media a partir de una variable discreta con datos aislados. Este caso consiste en sumar todos los datos y dividir por la cantidad total de datos, dejando así el concepto de media en el algoritmo de cálculo. A continuación se presenta una de las actividades

del libro *Proyecto saberes* (Sánchez et al., 2016).

Para calcular la calificación definitiva de un estudiante a partir de sus notas parciales, generalmente se usa el promedio. De esta forma, si un estudiante obtuvo notas parciales de 3,5, 3,2 y 2,2, su calificación final resulta de calificar el promedio entre las tres calificaciones parciales. Observa:

$$\frac{3,5 + 3,2 + 2,2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Entonces, se concluye que la nota promedio del estudiante es 3 y se simboliza $\bar{x} = 3$ (p. 199).

Por otro lado, los textos *Proyecto saberes* y *Vamos a aprender matemáticas*, por tener un nivel de profundidad mayor en el algoritmo de cálculo, presentan variedad de ejemplos para resolver y aplicar el concepto de media. Se presenta el anterior algoritmo de cálculo y también el

correspondiente a datos agrupados, lo que implica que también se utilice el algoritmo de cálculo de la media ponderada dando como resultado un valor aproximado. A continuación (figura 2) se muestra un ejemplo.

Figura 2. Actividad que implica uso de algoritmos o fórmulas.

Tiempo en horas	Marcas de clase (x_i)	Número de estudiantes (f_i)
[0,1)	0,5	5
[1,2)	1,5	11
[2,3)	2,5	24
[3,4)	3,5	12
[4,5)	4,5	8

Para hallar la media aritmética se procede a adicionar los productos de las marcas de clase por la frecuencia absoluta correspondiente. Luego se divide esta suma por el número total de datos, que es 60.

$$\bar{x} = \frac{0,5 \cdot 5 + 1,5 \cdot 11 + 2,5 \cdot 24 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 8}{60} = 2,61$$

Este resultado indica que, en promedio, los estudiantes encuestados emplean entre dos y tres horas diarias para navegar en internet.

Fuente: *Vamos a aprender matemáticas 8° Sm*, p. 186.

Para el cálculo de la mediana y la moda, el algoritmo utilizado en los libros depende de cómo estén representados los datos y del nivel de profundidad que tiene esta definición. Por ejemplo, para estimar la mediana con datos no agrupados se utiliza directamente la definición de esta medida, en el caso de los datos agrupados se emplea la clase mediana o el intervalo mediano a partir de la tabla que representa los datos y la frecuencia acumulada.

De este modo, debido al nivel de profundidad que tiene el libro *Proyecto saberes*, presenta diversas ejemplificaciones y estrategias de solución de tareas propuestas para datos agrupados y datos no agrupados e incluso representación de estos en diagramas de barras y circulares, dejándole claridad al estudiante sobre las posibles formas de representar estas medidas. Seguidamente se presentan dos ejemplos que fueron

expuestos por Sánchez *et al.* (2016, p. 200) en este libro de texto.

Para una cantidad de datos impar.

Por ejemplo, las edades de 11 integrantes de un equipo de baloncesto son:

23 24 28 29 22 30 25 32 26 22 28

Al ordenar los datos de menor a mayor, se observa que 26 divide en dos partes iguales la distribución. Entonces, $M_e = 26$.

22 22 23 24 25 **26** 28 28 29 30 32

Cuando la cantidad de datos es par, la mediana equivale al promedio entre los dos datos situados en la posición central del conjunto de datos.

Por ejemplo, las estaturas en centímetros de 8 personas son:

161 163 164 **165 166** 166 168 170

Luego se halla el promedio entre los datos centrales:

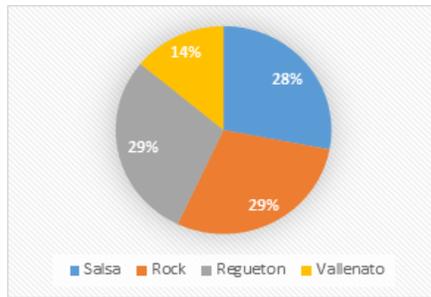
$$M_e = \frac{165+166}{2} = 165,5 \quad \text{Entonces } M_e = 165,5.$$

El texto presenta el procedimiento necesario para hallar la mediana en datos no agrupados; inicialmente se ordena los datos y luego se aplica la definición de mediana al hallar el valor intermedio, mostrando el resaltado en letras negritas el valor que es representado por la mediana y se puntualiza para el caso de un grupo de datos pares o impares.

Un segundo ejemplo se describe en la figura 3, donde se representa la moda en un diagrama circular. En este caso el procedimiento solo consiste en aplicar la definición dada por el texto. El libro de Sánchez *et al.* (2016, p. 200) señala:

Figura 3. Ejemplo 2 de actividad que implica uso de algoritmos o fórmulas.

En el diagrama circular se representa los resultados de una encuesta en la que se les preguntó a 100 estudiantes por su género musical favorito. ¿Cuál es la moda de este conjunto de datos?



Solución: las modas son rock y reguetón, con una frecuencia porcentual de 29 %. Este conjunto de datos es bimodal pues tiene dos datos con la frecuencia máxima.

Proyecto Saberes matemáticas 9°, Santillana, p. 198.

Fuente: *Proyecto Saberes matemáticas 9°, Santillana, p. 200.*

El análisis instructivo también incluyó la evaluación de las fórmulas empleadas para el cálculo de las medidas de tendencia central. Inicialmente las fórmulas encontradas para el cálculo de la media aparecen descritas en las ecuaciones 1 a 4:

$$\bar{x} = \frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\dots+x_if_i}{N} \quad \text{(Ecuación 1)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad \text{(Ecuación 2)}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_n}{n} \quad \text{(Ecuación 3)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \text{(Ecuación 4)}$$

En la segunda y cuarta fórmulas se pueden presentar dificultades en los estudiantes al no estar familiarizados con las sumatorias, mientras que en la primera fórmula la confusión puede radicar en que el material no especifica para qué tipos de datos se utiliza.

Seguidamente, para el cálculo de la mediana en datos no agrupados se presenta la fórmula $\tilde{X} = \frac{X_n+X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$, si el total de datos es par, y si es impar entonces se utiliza la fórmula $\tilde{X} = X_{\frac{n+1}{2}}$. En cuanto al cálculo de la mediana

y la moda en datos agrupados, no se observa ningún tipo de fórmula en los libros, lo que implica que el estudiante debe buscar por su cuenta este tipo de información.

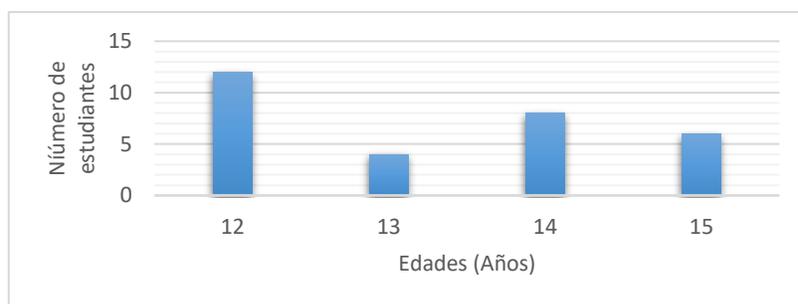
Por último, se analizó si los libros de texto presentan gráficos o diagramas en las actividades propuestas o en las definiciones de modo que ayuden a cumplir con las expectativas de aprendizaje que se tienen con las medidas de tendencia central. Al hacer este análisis solo se logró identificar un libro que cumplía con este tipo de representaciones, en el cual se presenta

Figura 4. Cálculo de la media a partir de un gráfico.

una diversidad de ejemplos y procedimientos que permiten desarrollar el proceso de cálculo de las medidas de tendencia central, cumpliendo con las prioridades cognitivas que se requiere desarrollar en el estudiante. Hablamos del texto *Proyecto saberes*; a continuación se da un ejemplo que aparece en este libro.

Ejemplo: para calcular la media a partir de un gráfico, se aplica la fórmula de media dependiendo si son datos agrupados o no agrupados y se utiliza la frecuencia (figura 4).

El siguiente diagrama de barras representa las edades de un grupo de estudiantes de octavo grado.



¿Cuál es la edad promedio del grupo?

Solución: en el diagrama de barras aparecen 12 estudiantes de 12 años, 4 de 13 años, 8 de 14 años y 6 de 15 años. La media aritmética o promedio se obtiene sumando los productos de las edades con su respectiva frecuencia y dividiendo por el total de datos.

$$\bar{x} = \frac{(12 \cdot 12) + (4 \cdot 13) + (8 \cdot 14) + (6 \cdot 15)}{12 + 4 + 8 + 6} = \frac{398}{30} = 13,26$$

Por lo tanto, la edad promedio de los niños es de aproximadamente 13 años.

Fuente: *Proyecto Saberes*, Santillana, p. 199.

Categoría de análisis didáctico: Interpretación, organización y gestión.

Diseño de actividades para la enseñanza: este elemento actuativo de significado comprende aspectos interpretativos, la organización del trabajo y su gestión en el aula. Al hacer el análisis de diseño de actividades para la enseñanza no solo debe orientarse al enunciado de una o más tareas y la descripción general de la gestión que el profesor hará en el aula, debido a que si solo se describe el enunciado no sería posible identificar el problema que busca resolver y tampoco sería posible vislumbrar sus posibilidades de

éxito. Todo diseño de actividades debe incluir la justificación sistemática e informar la selección de actividades y el diseño de los esquemas de análisis de esas situaciones (Rico, 2013).

En el diseño de actividades de los libros *Vamos a aprender matemáticas*, *Secuencias matemáticas* y *Estadística comercial* no se proponen problemas, sino ejercicios que buscan consolidar el procedimiento de cálculo de las medidas de tendencia central. Solo proponen actividades que buscan que los estudiantes “vean” la manera correcta de solucionar una tarea, en estos textos no se consideran los materiales y los recursos ni tampoco se incluye un

análisis de estos. Por el contrario, en *Proyectos Saberes* son presentados algunos problemas en los que se podría evidenciar la interpretación y la organización de las tareas; sin embargo, el diseño de actividades, los materiales y recursos no permiten abordar las dificultades y los errores cognitivos que pueden presentar los estudiantes.

Discusión

Este estudio se enfocó en el análisis del significado de las medidas de tendencia central en libros de texto de educación básica secundaria, en consideración a que estas medidas son fundamentales a la hora de dar solución a múltiples problemas estadísticos, lo que demanda la necesaria comprensión del significado de sus propiedades; de no ser así sería muy complejo para el estudiante lograr la resolución de los problemas estudiados (Cobo, 2003; Uribe, 2016).

Los libros de texto analizados se seleccionaron teniendo en cuenta que se encuentran entre los más utilizados en el contexto educativo en que se desarrolló el estudio (departamento del Atlántico), y como se ha visto en la descripción de resultados, gran parte de ellos no cumple con muchos de los elementos de significado requeridos por material didáctico para la enseñanza de la estadística. Como consecuencia de lo anterior, es factible inferir que los estudiantes podrían presentar dificultades de aprendizaje a partir de lo que se propone en los textos; por ejemplo, la ausencia de expectativas de aprendizaje respecto a las definiciones y propiedades puede conducir a la falta de un objetivo preciso por alcanzar por parte del estudiante, o que tampoco se tenga una relación con respecto a dichas propiedades, o mínimamente puede implicar la falta de demandas cognitivas. Como consecuencia, el material didáctico puede generar vacíos cognitivos y dificultades en las habilidades de resolución de situaciones problema por la falta de explicación y profundidad en las medidas de tendencia central.

También se observa que estos libros trabajan las nociones más importantes o comunes de dichas medidas, dejando a un lado la media aritmética ponderada, la media geométrica, la media armónica, la mediana y la moda en datos agrupados, pese a tratarse de conceptos que es importante aprender, puesto que en algunas situaciones problema es necesario que el estudiante

tenga la capacidad de expresión simbólica y de argumentar acerca del tipo de cálculo que está realizando.

Por otra parte, se logró inferir que el libro *Proyecto Saberes* propone algunos problemas que permiten al estudiante enfrentarse a preguntas con mayor nivel de complejidad planteando retos enfocados en la solución del problema, lo que puede conducir a que el estudiante desarrolle una construcción de conocimientos más sólida. Por su parte, desde el libro *Secuencias matemáticas* se observa poco uso de la ejemplificación para abordar los conceptos, puesto que en la mayor parte de las actividades solo proponen una situación que ejemplifique todas las medidas, faltando, por ende, mayor especificidad. En general, se puede señalar que este material tiene la intención de cumplir con los parámetros curriculares (Ocoró y Ocoró, 2016); sin embargo, esto no se evidencia completamente en el desarrollo de sus temáticas.

Los hallazgos de este estudio coinciden con los de Cobo (2003), Batanero (2000) y Alvarado (2007), que ponen en evidencia la ausencia de elementos de significado que son esenciales para mejorar la enseñanza de las medidas de tendencia central en diferentes textos de educación básica secundaria, puesto que en la mayoría de las investigaciones se determina que los libros analizados le dan mayor importancia a la definición y al cálculo de la media que al estudio de sus propiedades e implicaciones, dejando así que el estudiante consiga manejar el algoritmo de cálculo pero no pueda alcanzar una comprensión completa de estos conceptos. Al mismo tiempo, estos resultados complementan investigaciones como las de Mayén *et al.* (2007) y Gea *et al.* (2013), puesto que se han utilizado nuevos ítems de análisis al aplicar las categorías del análisis didáctico.

A partir de la evaluación realizada a cada libro de texto se logró identificar, mediante el análisis didáctico, la diversidad de elementos de significado de medidas de tendencia central y las posibilidades de conexión con este término. Además de esto, permitió caracterizar la calidad de la organización matemática textualizada, su grado de complejidad, pertenencia, adecuación e idoneidad epistémica y didáctica. Esto deja entender que el material analizado presenta definiciones de las medidas de tendencia central acompañadas generalmente por ejemplos simples de media aritmética o promedio, mediana y moda, como aquellas medidas en

las que se puede extraer un valor representativo de un conjunto de datos.

En cuanto a la moda, en todos los libros se presenta como el dato que más se repite en un conjunto de datos, también en los textos *Proyecto Saberes y Estadística comercial*, además de presentar esta definición especifican los autores que un conjunto de datos puede tener más de una moda. Sin embargo, en los libros *Vamos a aprender matemáticas* y *Secuencias matemáticas* no se presenta esta aclaración, lo que exhibe la definición de manera incompleta. Esto puede conducir a que los estudiantes asuman que la moda es deductiva, pues para encontrarla según la definición planteada en estos textos solo se observa la distribución y se escoge el valor más frecuente. Por otro lado, como se esbozó previamente, estos materiales educativos no explican cómo encontrar la moda en datos agrupados.

En cuanto a la mediana, en todos los libros de texto se considera el valor central que divide los datos en dos partes iguales. Se señala que su cálculo requiere orden en el conjunto de datos, y se expresa cómo hallarla en un conjunto de datos par e impar; inmediatamente se deduce que la definición de mediana es esencialmente algorítmica. Sin embargo, no se expone ningún tipo de definición o algoritmo de cálculo para el caso de la mediana en datos agrupados.

La media aritmética o promedio es representada como el punto de equilibrio del conjunto de datos o simplemente los textos remiten su definición al algoritmo de cálculo. Por otro lado, el libro *Estadística comercial* es el único que presenta la definición de la media aritmética ponderada; sin embargo, no expone ningún ejemplo. A partir de esto se puede inferir que el significado de la media aritmética solo se remite al algoritmo de cálculo, en esta medida no se presenta de manera implícita ni explícita sus propiedades, tampoco se informa acerca de qué procedimiento aplicar cuando se añade un nuevo valor al conjunto de datos después de haber encontrado la medida de tendencia central representativa de esta distribución, lo que deja incompleta esta definición.

La aplicación del análisis didáctico ha constituido un valioso aporte para el estudio de la significación de las medidas de tendencia central, en especial porque permite articular la valoración de los diferentes tipos de

elementos propios del análisis estadístico con los componentes cognitivos (de aprendizaje) e instructivos (de enseñanza), que no únicamente se enfocan en aspectos estructurales de los libros sino en su propuesta de articulación con conocimientos previos, análisis de dificultades de aprendizaje y otros aspectos relevantes para comprender integralmente la manera como se construye significación respecto a un tema. Esta propuesta de análisis puede servir de guía para la revisión de los textos escolares, o incluso aportar en la realización de instrumentos que permitan evaluar el razonamiento estadístico y el diseño de actividades didácticas enfocadas en la enseñanza de la estadística, entre otras aplicaciones.

Conclusiones

Este trabajo constituye una fuente de información sobre el significado de las medidas de tendencia central que aportan los libros de texto de educación básica secundaria. Los resultados indican que se siguen encontrando dificultades en el material didáctico a la hora de describir y otorgar significación a estos conceptos, debido a las limitaciones con relación a los elementos estadísticos considerados en la estructuración de los temas tratados. Esto plantea tareas de diseño, organización y planeación del libro como recurso educativo, de modo que responda a criterios de idoneidad didáctica dando respuesta a los lineamientos mínimos que establece el Ministerio de Educación Nacional a través de los Derechos Básicos de Aprendizaje en educación matemática. Propender por la consideración del análisis didáctico en cuanto a elementos de significado estadístico se vislumbra como una estrategia que puede favorecer el apropiado diseño de las actividades propuestas en los libros, lo cual implica un análisis de los contenidos conceptuales y la debida articulación de estos con los elementos de aprendizaje y de instrucción.

Ahora bien, los libros de texto no son determinantes exclusivos de los aciertos o dificultades que se pueden presentar en el aprendizaje del estudiante, esto debido a que el profesor es quien puede tomar la decisión de no ampliar o, por el contrario, complementar y aclarar la forma en que el libro presenta los contenidos. Por ello, este estudio brinda unos criterios y herramientas que se deben tener en cuenta en el momento de seleccionar un libro de texto y de observar cómo presentan la información de estudio.

Declaración de conflictos de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Referencias bibliográficas

- Alvarado, H. A. (2007). *Significados institucionales y personales del teorema central del límite en la enseñanza de estadística en ingeniería* [tesis doctoral, Universidad de Granada]. Digibut. <https://bit.ly/3fw2fqw>
- Alveal, F., Fuentes, A. y Rubilar, P. (2016). Comprensión de las medidas de tendencia central: un estudio comparativo en estudiantes de pedagogía en matemática en dos instituciones formadoras chilenas. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)*, 21(3), 929-952. <https://doi.org/10.1590/s1414-40772016000300013>
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno*, 25, 41-58.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [tesis doctoral, Universidad de Granada]. Dialnet Plus. <https://cutt.ly/aRWRMDX>
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria *Investigación Didáctica*, 22(1), 5-18.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes de bachillerato. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9, 187-201.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gallardo, J. y González, J. (2006). El análisis didáctico como metodología de investigación en educación matemática. En: M. Bolea, M. Moreno y M. González (eds.). *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 57-78). Instituto de Estudios Altoaragoneses.
- Gea, M., Batanero, C., Cañadas, G., Arteaga, P. y Contreras, J. (2013). La estimación de la correlación: variables de tarea y sesgos de razonamiento. En: A. Salcedo (ed.). *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas* (pp. 361-384). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela.
- Godino, J., & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a for research in mathematics education. En: A. Sierpiska y J. Kilpatrick, (eds.). *Mathematics Education as a Research Domain: A search for Identity* (pp. 177-195). Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Gómez, E., Ortiz, J. y Gea, M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 49-71.
- Herbel-Eisenmann, B. (2007). From intended curriculum to written curriculum: examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Lavalle, A., Micheli, E. y Rubio, N. (2006). Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Relime*, 9(3), 383-406.
- März, V., & Kelchtermans, G. (2013). Sense-making and structure in teachers' reception of educational reform. A case study on statistics in the mathematics curriculum. *Teaching and Teacher Education*, 29(1), 13-24. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.08.004>
- Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C. y Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Unión*, 9, 187-201.
- Molero, A. (2017). *Comprensión del concepto de media aritmética en los estudiantes de educación secundaria* [tesis de maestría, Universidad de Granada]. Digibut. <https://cutt.ly/pRWTGr8>
- Ocoró, L. y Ocoró, S. (2016). Análisis de las medidas de tendencia central en dos libros de textos escolares de grado séptimo: el caso de la media aritmética.

- En: I. Álvarez y C. Sua (eds.). *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 184-190). Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Ortiz, J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Ed. Universidad de Granada. <https://bit.ly/3j6z3si>
- Picado, M. y Rico, L. (2011). Análisis de Contenido en Textos Históricos de Matemáticas. *PNA*, 6(1), 11-27.
- Pino, J., Gallego, A. y López, J. (2019). Dinámica interna familiar como espacio educativo para la construcción de ciudadanía. *Educación y Educadores*, 22(3), 377-394. <https://doi.org/10.5294/edu.2019.22.3.3>
- Piñuel, J. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. *Estudios de Sociolingüística*, 3(1), 1-42.
- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Sánchez, C. D., Sabogal, Y., Buitrago, L. y Fuentes, J. (eds.). (2016). *Proyecto Saberes Matemáticas 9°*. Ed. Santillana.
- Serradó, A., Azcárate, P. y Cardeñoso, J. (2006). La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO. *Tarbiya: Revista de Investigación e Innovación Educativa*, 38, 91-112.
- Uribe, J. (2016). Algunas reflexiones epistemológicas y didácticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de media. En: I. Álvarez y C. Sua (eds.). *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 40-48). Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 11-50. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0202_2
- Zapata-Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(33), 234-247.
- Zapata-Cardona, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. *Unipluriversidad*, 14(1), 53-62.
- Zapata-Cardona, L. y Roccha, P. (2011, del 26 al 30 de junio). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza [conferencia]. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, Recife, Brasil. <https://cutt.ly/RT805HC>

Para citar este artículo: Vargas-Delgado, L., Yepes Orozco, D. M. y Ávila-Toscano, J. H. (2021). Significado de las medidas de tendencia central en textos de matemática para secundaria. *Praxis*, 17(2), 196-212.

DOI: <https://doi.org/10.21676/23897856.3575>